

١- أثبت أن eigenvalues للعامل الهرميتي A حقيقية وأن eigenkets للعامل الهرميتي A تتوافق مع eigenvalues المختلفة متعامدة.

٢- خذ بعين الاعتبار نظام اسپين $\frac{1}{2}$ واجعل $|\alpha\rangle$ و $|\beta\rangle$ على التوالي $|S_z; +\rangle$ و $|S_x; +\rangle$. اكتب بوضوح المصفوفة المربعة التي تتوافق مع $|\alpha\rangle\langle\beta|$ على الأساس قطري المعتاد (S_z) .

٣- يتم إعطاء العامل الهاملتوني لنظام الدولتين بواسطة

$$H = a(|1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2| + |1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|)$$

حيث a هو رقم له بعد الطاقة. أوجد القيم الذاتية للطاقة (energy eigenvalues) و energy eigenkets المقابلة (كمجموعات خطية من $|1\rangle$ و $|2\rangle$).

٤- بعض العناصر التي يمكن ملاحظتها (certain observable) في ميكانيكا الكم لها تمثيل مصفوفي 2×2 كما يلي:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$$

أ) ابحث عن المتجهات الذاتية المقيسة (normalized eigenvectors) لهذه يمكن ملاحظتها والقيم الذاتية المقابلة لها.

ب) ابحث عن العامل الوحدوي U (unitary operator) الذي يجعل A قطريًا.

٥- يتم إعطاء المشغل الهاملتوني لنظام ثلاثي الحالات بواسطة

$$H = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

لنفترض أن النظام في الحالة $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. احسب $\langle H^2 \rangle_\alpha$ ، القيمة المتوقعة H^2 المأخوذة فيما يتعلق بالحالة α .